



**ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СРЕДНЕРУССКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**

Кафедра информационно-измерительных систем и электроэнергетического обеспечения

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ИИС и ЭО
Л.И. Миронова
Миронова Л.И.
«25» августа 2017 года

ЭКОНОМЕТРИКА
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Укрупненная группа направлений и специальностей	38.00.00 Экономика и управление
Направление	38.03.01 Экономика
Профиль	Финансы и кредит
Форма обучения	заочная

№ п/п	На учебный год	ОДОБРЕНО на заседании кафедры		УТВЕРЖДАЮ заведующий кафедрой	
		Протокол	Дата	Подпись	Дата
1	2017 - 2018	№ 1	«25»августа 2017 г.	<i>Л.И. Миронова</i>	«25» августа 2017 г.
2	20__ - 20__	№__	«__»__ 20__ г.		«__»__ 20__ г.
3	20__ - 20__	№__	«__»__ 20__ г.		«__»__ 20__ г.
4	20__ - 20__	№__	«__»__ 20__ г.		«__»__ 20__ г.

Обнинск
2017 год

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ ПО ФГОС

В соответствии с учебным планом направления подготовки, разработанным на основе Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата) утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 ноября 2015 г. №1327 дисциплина «Эконометрика» входит в состав базовой части.

2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Эконометрика» включает 28 тем. Темы объединены в 9 модулей (дидактических единиц): «Предмет эконометрики и ее методология», «Парная линейная регрессия и корреляция», «Нелинейная регрессия», «Множественный регрессионный анализ», «Оценка параметров уравнения множественной регрессии», «Система эконометрических уравнений», «Моделирование одномерных вариационных временных рядов», «Изучение взаимосвязей по временным рядам», «Понятие о динамических эконометрических моделях».

Цель изучения дисциплины заключается в подготовке будущих выпускников данного профиля к практическому использованию эконометрики и ее методов в профессиональной деятельности, которые обосновывают эмпирические выводы экономических законов на основании экспериментов, носящих вероятностно-статистический характер и оценивать на основе ее анализа изменение экономической конъюнктуры.

Основными **задачами** изучения дисциплины являются:

1. овладение методологической основой сбора, систематизации и анализа информации о деятельности организации;
2. овладение комплексом современных методов изучения тенденций и закономерностей в деятельности предприятия;
3. изучение и применение методов моделирования и прогнозирования для анализа деятельности предприятия или организации;
4. формирование умений применения теоретических статистических знаний на практике.
5. выработка навыков работы со статистической информацией;
6. расширение общего и профессионального кругозора.

3. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Эконометрика» направлено на формирование следующих **компетенций**:

ОПК-3 - способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы;

ПК-4 - способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

После изучения дисциплины студенты должны:

знать:

- методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов;
- основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне.

уметь:

- использовать источники экономической, социальной, управленческой информации;
- осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных,

необходимых для решения поставленных экономических задач;

- осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;
- строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;
- прогнозировать на основе стандартных теоретических и эконометрических моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, на микро- и макроуровне.

владеть:

- методологией экономического исследования;
- современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных;
- современной методикой построения эконометрических моделей.

4. ТЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование дидактической единицы	№	Тема занятия	Перечень планируемых результатов обучения (ПРО)
1	Предмет эконометрики и ее методология	1	Введение в эконометрическое моделирование	ОПК-3, ПК-4
		2	Измерения в эконометрике	
		3	Спецификация модели	
2	Парная линейная регрессия и корреляция	4	Линейное уравнение парной регрессии	ОПК-3, ПК-4
		5	Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов	
		6	Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии	
3	Нелинейная регрессия	7	Парная нелинейная регрессия	ОПК-3, ПК-4
		8	Корреляция для нелинейной регрессии	
		9	Средняя ошибка аппроксимации	
4	Множественный регрессионный анализ	10	Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии	ОПК-3, ПК-4
		11	Оценка параметров уравнения множественной корреляции	
		12	Частные уравнения и множественная корреляция	
5	Оценка параметров уравнения множественной регрессии	13	Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции	ОПК-3, ПК-4
		14	Фиктивные переменные во множественной регрессии	

		15	Предпосылки метода наименьших квадратов	
		16	Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)	
6	Системы эконометрических уравнений	17	Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели	ОПК-3, ПК-4
		18	Проблема идентификации структурной модели	
		19	Оценивание параметров системы эконометрических уравнений	
7	Моделирование одномерных временных рядов	20	Основные элементы, автокорреляция уровней ряда и выявление структуры временного ряда	ОПК-3, ПК-4
		21	Моделирование тенденции временного ряда	
		22	Моделирование сезонных и циклических колебаний	
8	Изучение взаимосвязей по временным рядам	23	Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции	ОПК-3, ПК-4
		24	Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона	
		25	Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках	
9	Понятие о динамических эконометрических моделях	26	Общая характеристика моделей с распределенным лагом	ОПК-3, ПК-4
		27	Изучение структуры лага и выбор вида его	
		28	Общая характеристика моделей авторегрессии	

5. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРНО - ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЕ

Для изучения дисциплины, необходимы знания и умения из дисциплин, изучаемых ранее по учебному плану:

1. Высшая математика;
2. Линейная алгебра;
3. Теорией вероятностей и математическая статистики;
4. Теорией статистики;
5. Микроэкономика и макроэкономика.

Согласно учебному плану дисциплина «Эконометрика» изучается в четвертом семестре второго курса при заочной форме обучения.

Компетенции, знания и умения, а также опыт деятельности, приобретаемые студентами после изучения дисциплины, будут использоваться ими в ходе осуществления профессиональной деятельности.

6. ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ И ИХ ТРУДОЕМКОСТЬ

заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего зачетных единиц (академических часов – ак. ч.)	Семестр
		3
Общая трудоемкость дисциплины	4(144)	4(144)
Аудиторные занятия (контактная работа обучающихся с преподавателем), из них:	32	32
- лекции (Л)	16	16
- семинарские занятия (СЗ)	-	-
- практические занятия (ПЗ)	-	-
- лабораторные занятия (ЛЗ)	16	16
Самостоятельная работа студента (СРС), в том числе:	108	108
- курсовая работа (проект)	-	-
- контрольная работа	-	-
- доклад (реферат)	-	-
- расчетно-графическая работа	-	-
Контроль	4	4
Вид промежуточной аттестации	зачет с оценкой	зачет с оценкой

7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Содержание разделов дисциплины

РАЗДЕЛ 1. Предмет эконометрики и ее методология

Введение в эконометрическое моделирование. Измерения в эконометрике. Спецификация модели.

РАЗДЕЛ 2. Парная линейная регрессия и корреляция

Линейное уравнение парной регрессии. Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии.

РАЗДЕЛ 3. Нелинейная регрессия

Парная нелинейная регрессия. Корреляция для нелинейной регрессии. Средняя ошибка аппроксимации

РАЗДЕЛ 4. Множественный регрессионный анализ

Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии. Оценка параметров уравнения множественной корреляции. Частные уравнения и множественная корреляция.

РАЗДЕЛ 5. Оценка параметров уравнения множественной регрессии

Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции. Фиктивные переменные во множественной регрессии. Предпосылки метода наименьших квадратов. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК).

РАЗДЕЛ 6. Системы эконометрических уравнений

Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели. Проблема идентификации структурной модели. Оценивание параметров системы эконометрических уравнений.

РАЗДЕЛ 7. Моделирование одномерных временных рядов

Основные элементы, автокорреляция уровней ряда и выявление структуры временного ряда. Моделирование тенденции временного ряда. Моделирование сезонных и циклических колебаний.

РАЗДЕЛ 8. Изучение взаимосвязей по временным рядам

Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции. Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона. Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках.

РАЗДЕЛ 9. Понятие о динамических эконометрических моделях

Общая характеристика моделей с распределенным лагом. Изучение структуры лага и выбор вида его. Общая характеристика моделей авторегрессии.

7.2. Распределение разделов дисциплины по видам занятий

заочная форма обучения

№ пп	Темы дисциплины	Трудовое мкость (ак. ч.)	Л	СЗ	ЛР	ПЗ	СРС
1	Введение в эконометрическое моделирование	5	0,5		0,5		4
2	Измерения в эконометрике	5	0,5		0,5		4
3	Спецификация модели	5	0,5		0,5		4
4	Линейное уравнение парной регрессии	5	0,5		0,5		4
5	Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов	5	0,5		0,5		4
6	Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии	5	0,5		0,5		4
7	Парная нелинейная регрессия	5	0,5		0,5		4
8	Корреляция для нелинейной регрессии	5	0,5		0,5		4
9	Средняя ошибка аппроксимации	5	0,5		0,5		4
10	Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии	5	0,5		0,5		4
11	Оценка параметров уравнения множественной корреляции	5	0,5		0,5		4
12	Частные уравнения и множественная корреляция	5	0,5		0,5		4
13	Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции	5	0,5		0,5		4
14	Фиктивные переменные во множественной регрессии	5	0,5		0,5		4
15	Предпосылки метода наименьших квадратов	5	0,5		0,5		4

16	Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)	5	0,5		0,5		4
17	Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели	5	0,5		0,5		4
18	Проблема идентификации структурной модели	5	0,5		0,5		4
19	Оценивание параметров систем эконометрических уравнений	5	0,5		0,5		4
20	Основные элементы, автокорреляция уровней ряда и выявление структуры временного ряда	5	0,5		0,5		4
21	Моделирование тенденции временного ряда	4	0,5		0,5		3
22	Моделирование сезонных и циклических колебаний	4	0,5		0,5		3
23	Спецификация статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции	4	0,5		0,5		3
24	Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона	4	0,5		0,5		3
25	Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках	4	0,5		0,5		3
26	Общая характеристика моделей с распределенным лагом	4	0,5		0,5		3
27	Изучение структуры лага и выбор вида его	7	1		1		5
28	Общая характеристика моделей авторегрессии	7	1		1		5
Контроль (контрольная работа, зачет с отметкой)		4					-
Всего		144	16		16		108

8. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом предусмотрен лабораторный практикум.

Лабораторная работа № 1 (1 час.)

Тема: Метод наименьших квадратов

Цель: изучить возможности электронной таблицы Excel по обработке парной линейной регрессии.

Основные формулы и понятия:

$y = \alpha + \beta \cdot x + u$ — модели парной линейной регрессии;

$y = a + b \cdot x$ — уравнение линейной регрессии;

$\{(x_i, y_i)\}, i = \overline{1, n}$ — значение наблюдений;

$e_i = y_i - (a + bx_i)$ — остаток в i -м наблюдении;

$\hat{y}_i = a + bx_i$ — расчетное значение y в i -м наблюдении (точечный прогноз);

$S = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$ — суммы квадратов остатков;

$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{x^2 - \bar{x}^2} = \frac{Cov_n(x, y)}{Var_n(x)}$ — уравнения для параметров регрессии;

$a = \bar{y} - b\bar{x}$

$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ — общая сумма квадратов отклонений;

$RSS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{y} - (a + bx_i))^2$ — объясненная сумма квадратов отклонений;

$ESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (e_i)^2$ — необъясненная (остаточная) сумма квадратов отклонений;

$R^2 = \frac{Var(\hat{y})}{Var(y)} = 1 - \frac{Var(e)}{Var(y)} = \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS}$ — коэффициент детерминации.

Для парного регрессионного анализа выполняется условие: коэффициент детерминации R^2 равен квадрату коэффициента корреляции, то есть $R^2 = r_{x,y}^2$

Электронная таблица Excel

Ранее изученных нами статистических функций вполне достаточно для непосредственного вычисления коэффициентов регрессии. Для нахождения значения параметра b достаточно уметь вычислять значение ковариации и дисперсии, а для значения a необходимы также средние значения. Эти параметры можно легко найти самостоятельно, однако в электронной таблице Excel имеется много достаточно разнородных инструментов для определения параметров регрессии. Среди них, что совершенно очевидно, имеются статистические функции, а также дополнительные средства — это надстройка и средства точечных диаграмм. Начнем рассмотрение со статистических функций.

Функция НАКЛОН возвращает наклон (коэффициент b в уравнении линейной регрессии). При этом аргументами являются два массива, в первом из которых задаются значения зависимой переменной y , а во втором значения регрессора x . Значение коэффициента a может быть найдено либо по соответствующей формуле, либо при помощи функции ОТРЕЗОК, которая имеет подобные аргументы. Функция ПРЕДСКАЗ вычисляет или предсказывает будущее значение по произвольному значению x . Данная функция имеет три аргумента. Первый — это значение x , а остальные имеют тот же смысл, что и в функциях НАКЛОН и ОТРЕЗОК.

К сожалению, нет специальных функций для вычисления коэффициента детерминации, а делать это на основании исходных формул достаточно затруднительно. Однако можно использовать то свойство, что коэффициент детерминации равен квадрату коэффициента корреляции.

Предположим, что исходные данные также располагаются в таблице 1, тогда в документ Excel параметры регрессии можно вычислить на основании следующих формул:

Таблица 1

b=	=КОВАР(C2:C16;B2:B16)/ДИСПР(B2:B16)
b=	=НАКЛОН(C2:C16;B2:B16)
a=	=СРЗНАЧ(C2:C16)- НАКЛОН(C2:C16;B2:B16)* СРЗНАЧ(B2:B16)
a=	=ОТРЕЗОК(C2:C16;B2:B16)
R ² =	=КОРРЕЛ(C2:C16;B2:B16)* КОРРЕЛ(C2:C16;B2:B16)
Прогноз при x=17	=ПРЕДСКАЗ(17;C2:C16;B2:B16)

В данном случае предлагаются два способа вычисления параметров: на основании формул НАКЛОН и ОТРЕЗОК и через исходные формулы для параметров регрессии.

Вычисленные на основании этих формул значения будут равны:

$$b = -7,703$$

$$a = 239,96$$

$$R^2 = 0,7868.$$

При цене, равной 17, прогнозируемый спрос будет равен 109,014.

Анализируя полученные данные, можно прийти к следующим выводам:

1. Поскольку $b = -7,703$, то можно предполагать, что увеличение цены на единицу в среднем уменьшает спрос на $-7,703$ тысячи штук, аналогично уменьшение цены на единицу увеличит спрос на $-7,703$ тысячи штук.

2. Значение константы в регрессионной модели равно 239,96, следовательно, именно такой должен быть спрос при цене равной нулю. Однако данное значение является во многом теоретическим и показывает только точку пересечения линии регрессии с осью oy .

3. Регрессионная модель имеет вид: $y = 239,96 - 7,703x$.

4. Прогнозируемый спрос при цене равной 17 будет составлять 109,014 тысячи единиц.

5. Коэффициент детерминации равен 0,7868. Данное значение может быть интерпретировано следующим образом: изменение зависимой переменной, в данном случае y на 78 %, описывается изменением независимой переменной (регрессора) x , что говорит о достаточной обоснованности использования данной модели.

Замечание. Описанные выше функции возвращают один параметр линейной регрессии. Однако имеется функция, которая одновременно возвращает оба параметра. Это функция ЛИНЕЙН(). Более подробно с данной функцией можно ознакомиться по справочной системе.

Кроме указанных функций в Excel имеется возможность построить на диаграмме линию регрессии, которая называется линией линейного тренда. Для этого необходимо задать *точечную диаграмму* (диаграмма обязательно должна быть точечной), и выбрав произвольную точку в контекстном меню, можно выбрать пункт **Добавить линию тренда**. Хотя термин «тренд» имеет несколько другой смысл, применительно к временным рядам, в данном случае термины «тренд» и «линия регрессии» будем отождествлять друг с другом. Выбор пункта **Добавить линию тренда** приведет к появлению диалогового окна, у которого имеются две закладки — **Тип** и **Параметры** (рис. 1).

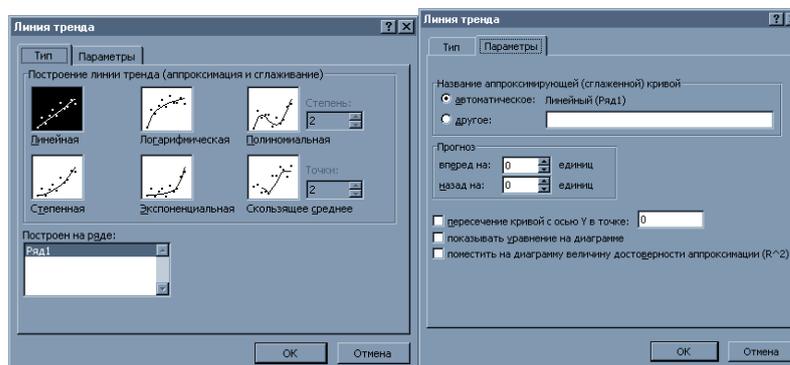


Рисунок 1

На закладке **Тип** необходимо выбрать один из возможных видов уравнения регрессии. Если на диаграмме имеется несколько рядов точек, то линию регрессии можно построить для любой, задав значение соответствующего параметра — *Построить на ряде*.

На закладке **Параметры** можно задать дополнительную информацию, которая будет присутствовать на диаграмме. Во-первых, это возможность прогнозирования, что позволит построить линии тренда вперед или назад на соответствующее число единиц. Опция *Показывать уравнение на диаграмме* позволяет выдавать вид уравнения, а опция *Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R²)* выводит значение коэффициента детерминации. Построив точечную диаграммы для данных, заданных в таблице 1, и линию тренда, можно получить диаграмму, которая изображена на рисунке 2.

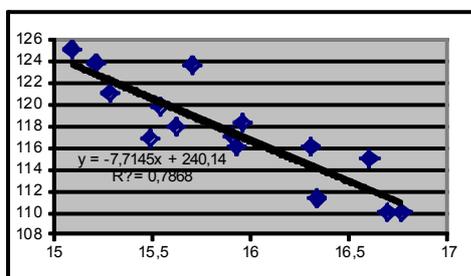


Рисунок 2

В данном случае результаты полностью совпадают с полученными ранее посредством статистических функций.

Использование встроенных функций, да и точечных диаграмм, имеет определенные ограничения, поскольку нет функций, вычисляющих стандартные отклонения коэффициентов регрессии и значение детерминации. Поэтому рассмотрим дополнительные возможности, которые доступны с помощью надстройки **Анализ данных**. Данная надстройка подключается с помощью пункта меню **Сервис, Надстройки** и запускается на выполнение с помощью пункта меню **Сервис, Анализ данных**. После выбора надстройки **Регрессия** появится диалоговое окно (рис. 3).

Данное диалоговое окно имеет множество дополнительных переключателей, которые приводят к выводу большого количества дополнительной информации. Основные параметры, которые необходимо задать — это *Входной интервал Y* и *Входной интервал X*, а также *Параметры вывода*. Если количество данных *Y* и *X* совпадает, то выдаются итоги построения модели парной регрессии (именно этот случай будем сейчас рассматривать), а если число переменных *X* в несколько раз больше числа *Y*, то — модель множественной регрессии. В противном случае будет выдано сообщение об ошибке. Если активизировать переключатель *Метки*, то во входные интервалы для *X* и *Y* можно добавить ячейки с названиями, и соответствующие метки появятся в итоговой таблице, что значительно облегчит её понимание.

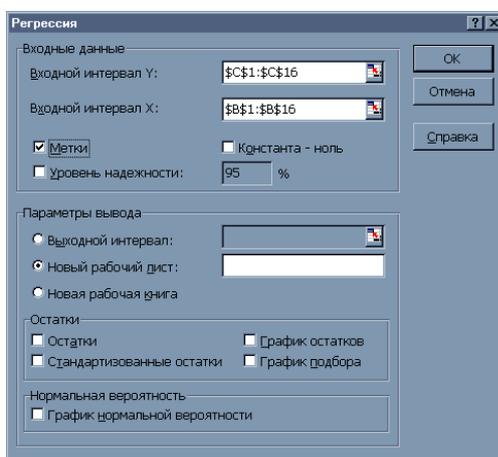


Рисунок 3

Если *Входной интервал Y* определить как **C1:C16**, а *Входной интервал X* — **B1:B16**, задать некоторым образом параметры вывода, а также установить опцию *Метки*, то автоматически на новом листе будет сгенерирована таблица 2.

Таблица 2

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,887036
R-квадрат	0,786833
Нормированный R-квадрат	0,770435
Стандартная ошибка	2,264609
Наблюдения	15

Продолжение таблицы 2

<i>Дисперсионный анализ</i>					
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	246,0889	246,0889	47,985	1,04E-05
Остаток	13	66,66991	5,128455		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	240,142	17,70861	13,56075	4,76E-09	201,8849	278,3991
Цена x (p.)	-7,71453	1,113671	-6,92712	1,04E-05	-10,1205	-5,30859

Данная таблица содержит большое количество информации, поэтому будем изучать её содержимое постепенно, в нескольких последующих работах. Представленные в этой таблице данные можно условно разделить на три раздела: *регрессионная статистика*, *дисперсионный анализ* и *коэффициенты*.

Весь раздел *регрессионная статистика* посвящен описанию коэффициента детерминации и его различным характеристикам. В пунктах *множественный R* и *R-квадрат* выводится значение коэффициента детерминации и его квадрата. Пункты меню *нормированный R-квадрат* и *стандартная ошибка* будут нами рассмотрены позднее, при изучении множественной регрессии. Кроме этого выдается общее количество наблюдений.

Рассмотрим раздел *дисперсионный анализ*. В столбце *SS* выдаются все виды сумм квадратов отклонений. В данном случае в первой строке, которая соответствует надписи *Регрессия*, выдается объясненная сумма квадратов отклонений *RSS*, во второй строке — *Остаток* — выдается необъясненная (остаточная) сумма квадратов отклонений *ESS*, в третьей строке — *Итого* — выдается общая сумма квадратов отклонений *TSS*.

В последнем разделе, который не имеет названия, будет интерпретироваться как раздел — *коэффициенты*, содержится полная информация по коэффициентам. Рассмотрим значения, полученные в столбце *Коэффициенты*. Пункт *Y-пересечение* выдает значение коэффициента *a*. Пункт *Цена x (p.)* выдает значение коэффициента *b*.

Представленные в таблице значения полностью совпадают с данными, полученными посредством статистических функций и линий тренда на точечной диаграмме.

В диалоговом окне **Регрессия** имеется целый раздел переключателей для получения дополнительной информации по остаткам. Например, указав опцию *Остатки*,

наряду со стандартной таблицей регрессии будет выдана дополнительная таблица (табл. 3) следующего вида:

Таблица 3

ВЫВОД ОСТАТКА

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное</i>	
	<i>Спрос у (тыс. шт.)</i>	<i>Остатки</i>
1	123,7511	1,426776
2	122,7896	1,019821
3	122,2914	-1,11646
4	120,6462	-3,7319
5	120,2544	-0,39014
6	119,6494	-1,5813
7	119,0288	4,559903
8	117,4316	-0,34387
9	117,2931	-1,12322
10	117,0864	1,257187
11	114,353	1,847847
12	114,1298	-2,67328
13	112,0989	3,003645
14	111,4176	-1,31194
15	110,8662	-0,84306

В данной таблице получены результаты предсказанных значений и значения остатков отдельно для каждого наблюдения. Указав опции *График подбора*, *График остатков* и *График нормального распределения* можно получить множество дополнительной информации и некоторые диаграммы.

Использование трех описанных нами инструментов исследования можно рассматривать как последовательные шаги в изучении парной регрессионной модели. При использовании статистических функций можно получить только уравнение регрессии и некоторый прогноз. Использование точечной диаграммы позволяет сразу увидеть уравнение регрессии, а также получить значение коэффициента детерминации. Точечная диаграмма может позволить и визуально оценить точность построенной модели. И, наконец, надстройка — **Регрессия**. Используя данный инструмент можно получить полную информацию относительно регрессионной модели. Данная таблица достаточно громоздкая, могут появиться затруднения с интерпретацией полученных результатов. Поэтому рекомендуется начинать исследование модели с использования статистических функций и линии тренда на точечной диаграмме.

Задания для самостоятельной работы

1. Для начальных данных, представленных в таблице 1, найти значение параметров регрессии между y и x_1 , используя функции дисперсии, ковариации и среднего.

2. Найдите коэффициент корреляции, а также полную информацию по регрессионной модели между значениями y и x_1 , y и x_2 , y и x_3 (данные взять из таблицы для лабораторной работы № 1—8);

3. На основании полученной информации найти лучшую регрессионную модель, то есть ту переменную, которая в большей степени влияет на y (эта модель, в которой значение коэффициента детерминации максимально).

Лабораторная работа № 2 (1 час.)

Тема: Множественная регрессия

Цель: научиться обрабатывать множественную регрессионную модель и обосновывать её значимость и значимость каждого регрессора.

Основные формулы и понятия:

Регрессионная модель в случае двух регрессоров.

$y = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + u$ — модель, с двумя регрессорами;

$y = b_0 + b_1 x^1 + b_2 x^2$ — уравнение регрессии (плоскость регрессии);

Исходными данными для построения модели является выборка вида $\{(x_i^1, x_i^2, y_i)\}, i = \overline{1, n}$.

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}^1 - b_2 \bar{x}^2$$

$$b_1 = \frac{\text{Cov}(x^1, y)\text{Var}(x^2) - \text{Cov}(x^2, y)\text{Cov}(x^1, x^2)}{\text{Var}(x^1)\text{Var}(x^2) - \{\text{Cov}(x^1, x^2)\}^2}$$

$$b_2 = \frac{\text{Cov}(x^2, y)\text{Var}(x^1) - \text{Cov}(x^1, y)\text{Cov}(x^1, x^2)}{\text{Var}(x^1)\text{Var}(x^2) - \{\text{Cov}(x^1, x^2)\}^2} \text{ — уравнение для параметров регрессии.}$$

Регрессионная модель с произвольным числом регрессоров.

$y = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_k x^k + u$ — модель множественной регрессии;

$y = b_0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k$ — уравнение множественной регрессии.

Исходные данные значений регрессоров имеют вид

$$X = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^k \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^k \end{pmatrix},$$

где $x_i^j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k}$ — значение j -го регрессора в i -м испытании.

Исходные данные значений зависимой переменной

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$b = (X^T \cdot X)^{-1} X^T \cdot y$ — уравнение для параметров регрессии;

$\sigma_b^2 = \sigma_u^2 (X^T \cdot X)^{-1}$ — стандартное отклонение коэффициентов;

$s_{b_i}^2 = \text{Var}(b_i) = \frac{\text{Var}_n(e)}{n(n-k-1)} Z_{ii}$ — стандартных ошибок коэффициентов, где Z_{ii} —

диагональный элемент матрицы $(X^T X)^{-1}$;

$R^2 = \frac{\text{Var}(\hat{y})}{\text{Var}(y)} = 1 - \frac{\text{Var}(e)}{\text{Var}(y)} = \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS}$ — коэффициент детерминации;

$$R^2 = 1 - \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_{01} & r_{02} & \dots & r_{0k} \\ r_{10} & 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{20} & r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k0} & r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix}},$$

где r_{ij} — парные коэффициенты корреляции между регрессорами x^i и x^j , а r_{i0} — парные коэффициенты корреляции между регрессором x^i и y ;

$\overline{R^2} = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k-1} = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{(n-1)}{(n-k-1)}$ — скорректированный (нормированный) коэффициент детерминации.

Нулевая гипотеза $H_0: \beta_1 = 0$.

Альтернативная гипотеза $H_1: \beta_1 \neq 0$.

t -статистика имеет вид:

$$t_i = \frac{b_i}{s_{b_i}},$$

$|t| < t_{n-k-1, \gamma}$ — область принятия нулевой гипотезы.

Если выполняется данное условие, то принимается нулевая гипотеза, и регрессор x^1 признается незначимым. В противном случае принимается альтернативная гипотеза, и регрессор признаётся значимым.

F -тест (тест Фишера) на значимость всей регрессии.

Нулевая гипотеза $H_0: R^2 = 0$.

Альтернативная гипотеза $H_1: R^2 \neq 0$.

$$F = \frac{RSS \cdot (n-k-1)}{ESS \cdot k} = \frac{R^2 \cdot (n-k-1)}{(1-R^2) \cdot k},$$

$F < F_{\gamma}(k, n-k-1)$ — область принятия нулевой гипотезы.

Если выполняется данное условие, то принимается нулевая гипотеза, и вся регрессионная модель признается незначимой. В противном случае принимается альтернативная гипотеза, и модель признаётся значимой.

Математический пакет MathCad

Рассмотрение случая двух регрессоров можно опустить, поскольку в этом случае необходимо уметь вычислять средние значения, коэффициент ковариации и дисперсию. Способы получения данных параметров были изучены нами ранее (лабораторная работа № 1). Поэтому рассмотрим случай множественной регрессии.

Математический пакет MathCad содержит большое количество встроенных функций для обработки матриц, которые позволяют получить обратную и транспонированную матрицы, вычислить определителя, собственные значения и собственный вектор матрицы и т. д. Данные функции позволяют вычислить коэффициенты модели множественной регрессии и их стандартные отклонения, используя исходные формулы.

Для получения доступа к матричным функциям необходимо либо используя пункт меню **Вид, Панель инструментов** активизировать панель **Матрицы**, либо используя

математическую панель инструментов, нажать на кнопку *Векторные и матричные операции*. В любом случае появится дополнительная панель инструментов (рис. 1).

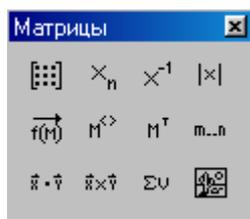


Рисунок 1

Нет необходимости описывать каждую из этих кнопок, поэтому рассмотрим только необходимые в нашем случае. Первая кнопка в верхнем ряду позволяет вставить матрицу произвольной размерности, а третья позволяет получить обратную матрицу. Необходимо отметить, что все доступные функции обработки матриц можно получить, используя пункт меню **Вставка, Функции** и в диалоговом окне выбрать категорию *Вектора и Матрицы*.

Продемонстрируем возможности пакета по обработке матриц на примере таблицы 1, в которой наряду с данными о спросе (y) и цене (x^1), включены данные о ценах на некоторый подобный товар (x^2, x^3) и средний доход населения (x^4). Обобщённые данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Номер наблюдения	Цена x^1 (р.)	Цена на первый подобный товар x^2 (р.)	Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	Средний доход населения x^4 (т. р.)	Спрос у (тыс. шт.)
1	15,09р.	24,30р.	12,85р.	5,09	125,1779
2	15,21р.	26,65р.	12,26р.	5,03	123,8094
3	15,28р.	25,22р.	13,42р.	4,80	121,175
4	15,49р.	26,59р.	12,05р.	4,95	116,9143
5	15,54р.	26,88р.	12,70р.	4,88	119,8643
6	15,62р.	24,74р.	12,41р.	4,96	118,0681
7	15,70р.	24,42р.	13,83р.	5,10	123,5887
8	15,91р.	25,79р.	13,10р.	4,90	117,0877
9	15,92р.	24,14р.	13,07р.	4,72	116,1699
10	15,95р.	26,70р.	12,40р.	4,81	118,3436
11	16,31р.	24,66р.	12,82р.	4,95	116,2008
12	16,33р.	24,04р.	12,48р.	4,88	111,4565
13	16,60р.	25,15р.	13,20р.	5,02	115,1026
14	16,69р.	24,10р.	12,40р.	4,80	110,1056
15	16,76р.	24,49р.	12,01р.	4,85	110,0231

Учитывая, что матрица X должна иметь на один столбец больше, чем число регрессоров, в котором находятся единицы, и вектор-столбец Y содержит значение спроса, документ MathCad может иметь следующий вид:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 15.09 & 24.3 & 12.85 & 5.09 \\ 1 & 15.21 & 26.65 & 12.26 & 5.03 \\ 1 & 15.28 & 25.22 & 13.42 & 4.8 \\ 1 & 15.49 & 26.59 & 12.056 & 4.95 \\ 1 & 15.54 & 26.88 & 12.7 & 4.88 \\ 1 & 15.62 & 24.74 & 12.41 & 4.96 \\ 1 & 15.7 & 24.42 & 13.83 & 5.1 \\ 1 & 15.91 & 25.79 & 13.1 & 4.9 \\ 1 & 15.92 & 24.14 & 13.07 & 4.72 \\ 1 & 15.95 & 26.7 & 12.4 & 4.81 \\ 1 & 16.31 & 24.66 & 12.82 & 4.95 \\ 1 & 16.33 & 24.04 & 12.48 & 4.88 \\ 1 & 16.6 & 25.15 & 13.2 & 5.02 \\ 1 & 16.69 & 24.1 & 12.4 & 4.8 \\ 1 & 16.76 & 24.49 & 12.01 & 4.85 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 125.17 \\ 123.8 \\ 121.17 \\ 116.91 \\ 119.86 \\ 118.06 \\ 123.58 \\ 117.08 \\ 116.16 \\ 118.34 \\ 116.2 \\ 111.45 \\ 115.1 \\ 110.1 \\ 110.02 \end{pmatrix} \quad b := (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$$

$$b = \begin{pmatrix} 113.938 \\ -6.095 \\ 0.534 \\ 2.588 \\ 10.995 \end{pmatrix}$$

На основании полученных данных можно записать множественную модель в виде:
 $y = 113,938 - 6,095 x^1 + 0,534 x^2 + 2,588 x^3 + 10,995 x^4$.

Сравнивая полученные данные с результатами парного регрессионного анализа ($y = 240,14 - 7,7145x$), можно сделать следующие выводы:

1. Изменилось влияние цены на спрос. Если в модели парной регрессии увеличение цены на единицу приводило к уменьшению спроса на 7,714 тыс. шт., то при рассмотрении множественной модели увеличение цены на единицу приводит к уменьшению спроса на 6,095 тыс. шт.

2. Изменилось значение константы. В парной модели это значение было равно 239,96, во множественной — 113,93. Именно таким должен быть спрос, при условии, что значение всех регрессоров равно нулю. Как и для случая парной регрессии, это значение является во многом теоретическим.

3. На конечный спрос влияет цена на подобные товары. Например, при увеличении на единицу цены на первый подобный товар, спрос увеличивается на 0,534, а для второго подобного товара это значение равно 2,588. То есть можно говорить о том, что второй подобный товар в большей степени влияет на спрос.

4. Кроме цен на спрос также влияет и средний доход населения. При увеличении дохода на единицу спрос увеличивается на 10,995 тыс. шт.

Полученная модель является во многом формальной, поскольку она хоть и получена на основании статистических данных, не были проверены гипотезы о значимости каждого регрессора, да и всей регрессии в целом. Трудность при работе в пакете MathCad заключается в том, что нет дополнительных встроенных возможностей для проверки гипотез, поэтому все вычисления необходимо производить вручную, создавая необходимый документ. Данная работа часто бывает затруднительна для конечного пользователя. К тому же имеется достаточно сложный механизм передачи данных между MathCad и Excel. Поэтому рассмотрим программные продукты, которые имеют необходимый для анализа множественной регрессии инструментарий.

Электронная таблица Excel

В электронной таблице Excel имеется необходимый набор матричных функций, среди них можно отметить функции: МОБР(), которая выводит обратную матрицу, МУМНОЖ(), вычисляющая произведение двух матриц, ТРАНСП(), выполняющая операцию транспонирования матрицы. Этих функций достаточно для вычисления параметров множественной регрессии, однако они являются матричными, что имеет некоторую специфику при работе с ними. Документ, в котором будут использоваться

данные функции, будет выглядеть громоздким, поскольку необходимо отдельно хранить элементы выполнения каждой матричной операции. Поэтому рассмотрим другие возможности Excel.

Как и для случая парной регрессии, для множественной регрессии имеется возможность использовать ту же самую надстройку **Регрессия**, однако в этом случае количество значений X должно в несколько раз превышать количество Y .

Перенеся таблицу 10 в Excel, в диалоговом окне надстройки **Регрессия** задав *Входной интервал Y* в виде **G1:G16**, а *Входной интервал X* в виде **B1:F16** и установив опцию *Метки*, будет автоматически сгенерирована таблица 2.

Таблица 2

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,963541879
R-квадрат	0,928412953
Нормированный R-квадрат	0,899778134
Стандартная ошибка	1,496311516
Наблюдения	15

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	4	290,3694	72,59234	32,42252	1,06E-05
Остаток	10	22,38948	2,238948		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	113,1921888	36,06499	3,138562	0,010536	32,83438	193,55
Цена x^1 (р.)	-6,080773549	0,900492	-6,75273	5,03E-05	-8,08719	-4,07435
Цена на первый подобный товар x^2 (р.)	0,55174938	0,452263	1,219975	0,250464	-0,45596	1,559454
Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	2,620192945	0,85151	3,077112	0,011698	0,722909	4,517476
Средний доход населения x^4 (т. р.)	10,92686031	3,846179	2,840965	0,017519	2,357038	19,49668

Остановимся только на том, что относится к случаю множественной регрессии. Например, в разделе Регрессионная статистика имеется пункт Нормированный R-квадрат, который содержит значение скорректированного коэффициента детерминации. При включении в модель незначимого регрессора данное значение будет уменьшаться.

В разделе Коэффициенты содержатся значения всех коэффициентов, которые совпадают со значениями, полученными посредством MathCad, а кроме этого, стандартные ошибки статистики, значимости и доверительные интервалы для коэффициентов.

На основании данной таблицы можно сделать выводы о значимости каждого регрессора и всей регрессии в целом:

1. Само уравнение регрессии является значимым, поскольку Значимость F равна 1,06 E-05, что меньше, чем 0,01. Проверить значимость всей регрессии можно и самостоятельно, поскольку в таблице выдается значение F-статистики, а критический уровень можно, как и в парном случае, найти с помощью функции ФРАСПОБР. Верхнее число степеней свободы в данном случае равно 4, а нижнее 10.

2. Коэффициент β_1 является значимым при любом уровне значимости, поскольку его значимость равна 5,03E-05. Следовательно, цена на товар, а в наших обозначениях регрессор x_1 , влияет на спрос.

3. Коэффициенты β_3 , β_4 , можно признать значимыми, поскольку соответствующие значения равны 0,01169 и 0,01752, что несколько превосходит значение 0,01, но все же меньше, чем значение 0,05. Следовательно, на формирование значения спроса также влияет цена на второй подобный товар и средний доход населения.

4. Коэффициент β_2 является незначимым, поскольку соответствующее значение равно 0,25, следовательно, цена на первый подобный товар x^2 не влияет на значение спроса.

Исходя из всего вышесказанного, разумно построить регрессионную модель, в которой отсутствуют незначимые регрессоры. Для этого в электронной таблице Excel необходимо удалить тот столбец, в котором находятся значения переменной x_3 , и вызвать надстройку **Регрессия**.

Таблица 3

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,9579
R-квадрат	0,9177
Нормированный R-квадрат	0,8953
Стандартная ошибка	1,5291
Наблюдения	15

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	3	287,037	95,67901	40,91741	2,94E-06
Остаток	11	25,72179	2,338345		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	142,2167	27,6999	5,134194	0,000326	81,24956	203,1838
Цена x^1 (р.)	-6,61474	0,804244	-8,2248	5,01E-06	-8,38487	-4,84461
Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	2,240018	0,809838	2,766008	0,018358	0,457576	4,02246
Средний доход населения x^4 (т. р.)	10,56105	3,918663	2,695063	0,02084	1,936122	19,18597

В данном случае, хотя значения и обычного и скорректированного (нормированного) коэффициента детерминации несколько уменьшилось по сравнению с общим случаем, все равно, модель, в которой не учитываются значения x^2 , является

лучшей, поскольку в данном случае присутствуют только значимые регрессоры. Итак, наилучшая линейная множественная модель регрессии имеет вид:

$$y = 142,21 - 6,61 x^1 + 2,24 x^3 + 10,56 x^4.$$

Проанализировав данную модель, можно сделать выводы о влиянии каждого из регрессоров на значение спроса.

После нахождения значимых регрессоров и определения лучшей линейной модели, разумной является задача поиска лучшей нелинейной модели (логарифмической, степенной, показательной и т. д.). Построение подобных моделей осуществляется аналогично парному случаю (лабораторная работа № 6).

Задания для самостоятельной работы

1. Найти параметры регрессионной модели для заданий своего варианта, используя математический пакет MathCad и электронную таблицу Excel.
2. Подберите наиболее подходящую линейную модель (только значимые регрессоры).
3. Подобрать лучшую нелинейную множественную модель.

9. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом предусмотрено проведение практических занятий по дисциплине. Рекомендуемые темы для проведения практических занятий:

заочная форма обучения

1. Линейное уравнение парной регрессии
2. Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов
3. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
4. Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии
5. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции. Модель Кобба-Дугласа
6. Предпосылки метода наименьших квадратов
7. Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели
8. Проблема идентификации структурной модели
9. Оценивание параметров систем эконометрических уравнений
10. Моделирование сезонных и циклических колебаний
11. Спецификация статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции
12. Изучение структуры лага и выбор вида его

10. СЕМИНАРСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом не предусмотрены.

11. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

11.1 общий перечень самостоятельной работы

Рекомендуется следующие виды самостоятельной работы:

- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- задания для самостоятельной работы;
- написание рефератов;

- заучивание терминологии;
- работа над тестами.

Заочная форма обучения

№ п.п.	Темы	Содержание самостоятельной работы	Формы контроля	Объем, час.
1	Линейное уравнение парной регрессии	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
2	Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
3	Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
4	Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
5	Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции. Модель Кобба-Дугласа	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
6	Предпосылки метода наименьших квадратов	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
7	Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
8	Проблема идентификации структурной модели	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
9	Оценивание параметров систем эконометрических уравнений	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	10
10	Моделирование сезонных и циклических колебаний	Написание рефератов, заучивание терминологии,	Устный опрос, проверка	10

		работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	тестов, проверка рефератов	
11	Спецификация статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	4
12	Изучение структуры лага и выбор вида его	Написание рефератов, заучивание терминологии, работа над тестами, выполнение заданий для самостоятельной работы	Устный опрос, проверка тестов, проверка рефератов	4
Итого:				108

11.2. Курсовой проект

Учебным планом не предусмотрен.

11.3. Контрольная работа

Учебным планом не предусмотрена.

11.4. Вопросы для зачета с оценкой:

1. Предмет и задачи эконометрики
2. Измерения в эконометрике
3. Шкалы измерения в эконометрике
4. Спецификация в эконометрике
5. Линейное уравнение парной регрессии
6. Метод наименьших квадратов
7. Оценка параметров линейного уравнения регрессии
8. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
9. Виды парной нелинейной регрессии
10. Корреляция для нелинейной регрессии
11. Средняя ошибка аппроксимации
12. Особенности спецификации множественной регрессии
13. Оценка параметров уравнения множественной корреляции
14. Частные уравнения и множественная корреляция
15. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции
16. Фиктивные переменные во множественной регрессии
17. Предпосылки метода наименьших квадратов
18. Понятия о системах одновременных уравнений, их структурная и приведенная форма
19. Проблема идентификации структурной модели
20. Оценивание параметров систем эконометрических уравнений
21. Основные элементы, автокорреляция уровней и выявление структуры временного ряда
22. Моделирование тенденции временного ряда
23. Моделирование сезонных и циклических колебаний
24. Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов
25. Методы исключения тенденции
26. Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона
27. Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках

28. Общая характеристика моделей с распределенным лагом
29. Изучение структуры лага и выбор вида его
30. Общая характеристика моделей авторегрессии

11.5.Примеры тестовых заданий

Задание 1. Наука, изучающая количественные закономерности и взаимозависимости в экономике методами математической статистики, называют:

эконометрикой;

теорией статистики;

экономической теорией;

корреляционно-регрессионным анализом.

Задание 2. Преобразование, при котором сохраняются неизменными отношения между элементами системы (истинные утверждения не становятся ложными и наоборот) называют преобразованием:

допустимым;

номинальным;

ранговым;

отношения.

Задание 3. Выбор вида математической модели (формулы) и набора, учитываемого набора факторов, учитываемых в этой модели, называют:

спецификацией модели;

структурой модели;

рекурсивной моделью;

аналитической группировкой.

Задание 4. Линейное уравнение парной регрессии определяют обычно с использованием:

метода наименьших квадратов;

сравнения рядов;

скользящей средней;

укрупнения интервалов.

Задание 5. Линейный коэффициент корреляции определяют по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{x^2 - (\bar{x})^2} \sqrt{y^2 - (\bar{y})^2}};$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} + \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{x^2 - (\bar{x})^2} \sqrt{y^2 - (\bar{y})^2}};$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{x^2 + (\bar{x})^2} \sqrt{y^2 + (\bar{y})^2}};$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} + \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{x^2 + (\bar{x})^2} \sqrt{y^2 + (\bar{y})^2}}$$

Задание 6. Интервал прогноза по линейному уравнению регрессии вычисляют по формуле:

$$\hat{y}_x - t \cdot m_{\hat{y}_x} \leq \tilde{y} \leq \hat{y}_x + t \cdot m_{\hat{y}_x};$$

$$\hat{y}_x - m_{\hat{y}_x} \leq \tilde{y} \leq \hat{y}_x + m_{\hat{y}_x};$$

$$\hat{y}_x - 3 \cdot m_{\hat{y}_x} \leq \tilde{y} \leq \hat{y}_x + 3 \cdot m_{\hat{y}_x};$$

$$\hat{y}_x - \frac{m_{\hat{y}_x}}{t} \leq \tilde{y} \leq \hat{y}_x + \frac{m_{\hat{y}_x}}{t}.$$

Задание 7. Нелинейная регрессия, нелинейная относительно включенных в уравнение объясняющих факторов, но линейная по оцениваемым параметрам определяется с использованием метода:

МНК;

обобщенным МНК;

скользящей средней;

двухшаговым МНК.

Задание 8. Тесноту связи при нелинейной корреляции определяют в общем случае с использованием зависимости:

$$r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2}};$$

$$r_{xy} = \sqrt{1 + \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2}};$$

$$r_{xy} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2} - 1};$$

$$r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{ост}}^2}}.$$

Задание 9. Среднюю ошибку аппроксимации вычисляют по формуле:

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100;$$

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100;$$

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100;$$

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100.$$

Задание 10. Две переменные в множественном уравнении регрессии считаются коллинеарными, то есть они находятся между собой в линейной зависимости, если коэффициент линейной корреляции между ними:

$$r_{x_i x_j} \geq 0,7;$$

$$r_{x_i x_j} \leq 0,7;$$

$$r_{x_i x_j} \leq 0,5;$$

$$r_{x_i x_j} \geq 0,5 \div 0,7,$$

Задание 11. Уравнение множественной регрессии, построенное на основании матрицы парных коэффициентов и имеющее вид $t_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2} + \dots + \beta_p \cdot t_{x_p}$, называют:

стандартизированным уравнением;

натуральным уравнением;

уравнением идентифицируемым;

уравнением в отклонениях.

Задание 12. Множественное уравнение регрессии, записанное для фактора x_1 при закреплении всех остальных факторов регрессии на среднем уровне, то есть в виде

$$y_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_p} = a + b_1 x_1 + b_2 \bar{x}_2 + \dots + b_p \bar{x}_p,$$
 называют:

частным уравнением регрессии;

структурным уравнением регрессии;

приведенной формой регрессии;

косвенным уравнением регрессии.

Задание 13. Множественный коэффициент корреляции для двухфакторной модели определяют по формуле:

$$R = \sqrt{1 - \frac{R_{11}}{|R|}};$$

$$R = \sqrt{1 + \frac{R_{11}}{|R|}};$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{|R|}{R_{11}}};$$

$$R = \sqrt{1 + \frac{|R|}{R_{11}}}.$$

Задание 14. Множественная модель регрессии может учитывать и атрибутивные переменные, которые обычно нельзя выразить количественно, но которые вводятся в множественное уравнение регрессии с помощью так называемых переменных:

фиктивных;

детерминированных;

преобразованных;
эндогенных

Задание 15. Множественную регрессионную модель называют классической нормальной линейной регрессионной моделью, если исходные статистические данные удовлетворяют требованиям теоремы:

Гаусса-Маркова;
Дарбина-Уотсона;
Фишера-Снедекора;
Лапласа

Задание 16. При нарушении гомоскедастичности и и наличии автокорреляции при разработке модели линейной корреляции применяют:

обобщенный МНК;
двухшаговый МНК;
трехшаговый МНК;
экспериментальный МНК

Задание 17. Систему зависимых уравнений, в которых одна и та же переменная Y одного уравнения выступает в качестве результативной переменной, а в других в качестве независимой переменной, называют системой:

рекурсивных уравнений;
взаимозависимых уравнений;
одновременных уравнений;
структурной формой модели

Задание 18. Установление единственного соответствия между приведенной и структурной формами модели одновременных уравнений, называется:

идентификацией;
стратификацией;
нормализацией;
адаптацией

Задание 19. Для оценки параметров идентифицированной системы одновременных уравнений применяют:

косвенный метод МНК;
двухшаговый МНК;
метод скользящих средних;
обобщенный метод МНК

Задание 20. Модель, в которой трендовые, циклические и случайные компоненты временного ряда складываются, называют:

аддитивной;
линейной;
мультипликативной;
дискретной

Задание 21. Тренд в виде квадратной параболы $y = 286 + 6x - 3x^2$ достигает экстремума в точке:

$$x = 1;$$

$$x = 1,5;$$

$$x = 2;$$

$$x = 0.$$

Задание 22. Общий вид мультипликативной модели временного ряда, состоящего из тренда (T), сезонной (S) и случайной (E) составляющих имеет вид:

$$Y = T \cdot S \cdot E;$$

$$Y = T + S + E;$$

$$Y = (T + S) \cdot E;$$

$$Y = (T - S) \cdot E.$$

Задание 23. Ярко выраженную в вариационном ряду линейную тенденцию легко устранить путем замена исходных уровней ряда с использованием метода:

первых разностей;

вторых разностей;

скользящей средней;

нормального метода

Задание 24. Определение автокорреляции остатков аналитически производят по формуле Дарбина-Уотсона, которая имеет вид:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2};$$

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2};$$

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2};$$

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t}.$$

Задание 25. Величину l , характеризующую запаздывание в воздействии фактора на результат в эконометрике называют:

лагом;

коэффициентом эластичности;

мультипликатором;

регрессором

Задание 26. Средний лаг в модели с распределенным лагом определяют по формуле:

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l j \cdot \beta_j;$$

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l \frac{j}{\beta_j};$$

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l \frac{\beta_j}{j};$$

$$\bar{l} = \sum_{j=0}^l 2 \cdot j \cdot \beta_j.$$

Задание 27. Краткосрочный мультипликатор в уравнении с распределенным лагом

$$\hat{y}_t = -0,67 + 4,5x_1 + 3,0x_{t-1} + 1,5x_{t-2} + 0,5x_{t-3}$$
 равен:

4,5;

9,0;

7,5

9,5

Задание 28. Эконометрическую модель вида

$$\hat{y} = a_0 + b_1x + b_2y_{t-1} + b_3y_{t-2} + \dots + b_ny_{t-n}$$
 называют моделью:

авторегрессии;

с распределенным лагом;

комбинированной;

сглаживания.

12. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

12.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины у студента формируется следующие **компетенции:**

ОПК-3 - способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы;

ПК-4 - способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

После изучения дисциплины студенты должны:

знать:

- методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов;
- основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне.

уметь:

- использовать источники экономической, социальной, управленческой информации;
- осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;

• осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;

• строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;

• прогнозировать на основе стандартных теоретических и эконометрических моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, на микро- и макроуровне.

владеть:

- методологией экономического исследования;
- современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных;
- современной методикой построения эконометрических моделей.

Тематическая структура дисциплины

№	Наименование дидактической единицы	№	Тема занятия	Перечень планируемых результатов обучения (ПРО)
1	Предмет эконометрики и ее методология	1	Введение в эконометрическое моделирование	ОПК-3, ПК-4
		2	Измерения в эконометрике	
		3	Спецификация модели	
2	Парная линейная регрессия и корреляция	4	Линейное уравнение парной регрессии	ОПК-3, ПК-4
		5	Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов	
		6	Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии	
3	Нелинейная регрессия	7	Парная нелинейная регрессия	ОПК-3, ПК-4
		8	Корреляция для нелинейной регрессии	
		9	Средняя ошибка аппроксимации	
4	Множественный регрессионный анализ	10	Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии	ОПК-3, ПК-4
		11	Оценка параметров уравнения множественной корреляции	
		12	Частные уравнения и множественная корреляция	
5	Оценка параметров уравнения множественной регрессии	13	Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции	ОПК-3, ПК-4
		14	Фиктивные переменные во множественной регрессии	
		15	Предпосылки метода наименьших квадратов	
		16	Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)	
6	Системы эконометрических уравнений	17	Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели	ОПК-3, ПК-4
		18	Проблема идентификации структурной модели	
		19	Оценивание параметров системы эконометрических уравнений	
7	Моделирование одномерных временных рядов	20	Основные элементы, автокорреляция уровней ряда и выявление структуры временного ряда	ОПК-3, ПК-4

		21	Моделирование тенденции временного ряда	
		22	Моделирование сезонных и циклических колебаний	
8	Изучение взаимосвязей по временным рядам	23	Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции	ОПК-3, ПК-4
		24	Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона	
		25	Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках	
9	Понятие о динамических эконометрических моделях	26	Общая характеристика моделей с распределенным лагом	ОПК-3, ПК-4
		27	Изучение структуры лага и выбор вида его	
		28	Общая характеристика моделей авторегрессии	

Этапы формирования компетенций дисциплины «Эконометрика»

ОПК-3 - способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы					
<u>Знать (3.1)</u>		<u>Уметь (У.1)</u>		<u>Владеть (В.1)</u>	
Описание	Формы, методы, технологии	Описание	Формы, методы, технологии	Описание	Формы, методы, технологии
Методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов.	Лекции по теме № 3,4,6 Вопросы для контроля № 1-5,10-16 Тестирование по темам № 3,4,6 Практические занятия по темам №3,4,6	Использовать источники экономической, социальной, управленческой информации. Осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	Лекции по теме № 3,4,6 Вопросы для контроля № 1-5,10-16 Тестирование по темам № 3,4,6 Практические занятия по темам №3,4,6	Методологией экономического исследования. Современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных	Лекции по теме № 3,4,6-8 Вопросы для контроля № 1-5,10-16 Тестирование по темам № 3,4,6 Практические занятия по темам №3,4,6
ПК-4- способностью выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами					
<u>Знать (3.2)</u>		<u>Уметь (У.2)</u>		<u>Владеть (В.2)</u>	
Описание	Формы, методы, технологии	Описание	Формы, методы, технологии	Описание	Формы, методы, технологии
Основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих	Лекции по теме № 1,5 Вопросы для контроля № 6-9, Тестирование по	Осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических	Лекции по теме № 1,5 Вопросы для контроля № 6-9,19 Тестирование по	Современной методикой построения эконометрических моделей.	Лекции по теме № 1,5 Вопросы для контроля № 6-9,19 Тестирование по

<p>деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне.</p>	<p>темам № 1,5 Практические занятия по темам №1,5</p>	<p>данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.</p>	<p>темам № 1,5 Практические занятия по темам №1,5</p>		<p>темам № 1,5-10 Практические занятия по темам №1,5</p>
--	---	--	---	--	--

12.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания; для каждого результата обучения по дисциплине (модулю) показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах формирования, шкалы и процедуры оценивания

12.2.1. Вопросы и заданий для зачета с оценкой и практических занятий

При оценке знаний на зачете с оценкой учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ пп	Оценка	Шкала
1	Отлично	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
2	Хорошо	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
3	Удовлетворительно	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
4	Неудовлетворительно	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала;

		- неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.
5	Зачет (с оценкой)	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.

12.2.3. Тестирования

№ пп	Оценка	Шкала
1	Отлично	Количество верных ответов в интервале: 71-100%
2	Хорошо	Количество верных ответов в интервале: 56-70%
3	Удовлетворительно	Количество верных ответов в интервале: 41-55%
4	Неудовлетворительно	Количество верных ответов в интервале: 0-40%
5	Зачтено	Количество верных ответов в интервале: 41-100%
6	Не зачтено	Количество верных ответов в интервале: 0-40%

12.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

12.3.1. Вопросы и задания для зачета с оценкой

1. Предмет и задачи эконометрики
2. Измерения в эконометрике
3. Шкалы измерения в эконометрике
4. Спецификация в эконометрике
5. Линейное уравнение парной регрессии
6. Метод наименьших квадратов
7. Оценка параметров линейного уравнения регрессии
8. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
9. Виды парной нелинейной регрессии
10. Корреляция для нелинейной регрессии
11. Средняя ошибка аппроксимации
12. Особенности спецификации множественной регрессии
13. Оценка параметров уравнения множественной корреляции
14. Частные уравнения и множественная корреляция
15. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции
16. Фиктивные переменные во множественной регрессии
17. Предпосылки метода наименьших квадратов
18. Понятия о системах одновременных уравнений, их структурная и приведенная форма
19. Проблема идентификации структурной модели
20. Оценивание параметров систем эконометрических уравнений
21. Основные элементы, автокорреляция уровней и выявление структуры временного ряда

22. Моделирование тенденции временного ряда
23. Моделирование сезонных и циклических колебаний
24. Специфика статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов
25. Методы исключения тенденции
26. Автокорреляция в остатках и критерий Дарбина-Уосона
27. Оценивание параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках
28. Общая характеристика моделей с распределенным лагом
29. Изучение структуры лага и выбор вида его
30. Общая характеристика моделей авторегрессии

12.3.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом предусмотрен лабораторный практикум.

Лабораторная работа № 1 (1 час.)

Тема: Метод наименьших квадратов

Цель: изучить возможности электронной таблицы Excel по обработке парной линейной регрессии.

Основные формулы и понятия:

$y = \alpha + \beta \cdot x + u$ — модели парной линейной регрессии;

$y = a + b \cdot x$ — уравнение линейной регрессии;

$\{(x_i, y_i)\}, i = 1, n$ — значение наблюдений;

$e_i = y_i - (a + bx_i)$ — остаток в i -м наблюдении;

$\hat{y}_i = a + bx_i$ — расчетное значение y в i -м наблюдении (точечный прогноз);

$S = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$ — суммы квадратов остатков;

$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{x^2 - \bar{x}^2} = \frac{Cov_n(x, y)}{Var_n(x)}$ — уравнения для параметров регрессии;

$a = \bar{y} - b\bar{x}$

$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ — общая сумма квадратов отклонений;

$RSS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{y} - (a + bx_i))^2$ — объясненная сумма квадратов отклонений;

$ESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (e_i)^2$ — необъясненная (остаточная) сумма квадратов отклонений;

$R^2 = \frac{Var(\hat{y})}{Var(y)} = 1 - \frac{Var(e)}{Var(y)} = \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS}$ — коэффициент детерминации.

Для парного регрессионного анализа выполняется условие: коэффициент детерминации R^2 равен квадрату коэффициента корреляции, то есть $R^2 = r_{x,y}^2$

Электронная таблица Excel

Ранее изученных нами статистических функций вполне достаточно для непосредственного вычисления коэффициентов регрессии. Для нахождения значения параметра b достаточно уметь вычислять значение ковариации и дисперсии, а для значения a необходимы также средние значения. Эти параметры можно легко найти самостоятельно, однако в электронной таблице Excel имеется много достаточно разнородных инструментов для определения параметров регрессии. Среди них, что совершенно очевидно, имеются статистические функции, а также дополнительные

средства — это надстройка и средства точечных диаграмм. Начнем рассмотрение со статистических функций.

Функция НАКЛОН возвращает наклон (коэффициент b в уравнении линейной регрессии). При этом аргументами являются два массива, в первом из которых задаются значения зависимой переменной y , а во втором значения регрессора x . Значение коэффициента a может быть найдено либо по соответствующей формуле, либо при помощи функции ОТРЕЗОК, которая имеет подобные аргументы. Функция ПРЕДСКАЗ вычисляет или предсказывает будущее значение по произвольному значению x . Данная функция имеет три аргумента. Первый — это значение x , а остальные имеют тот же смысл, что и в функциях НАКЛОН и ОТРЕЗОК.

К сожалению, нет специальных функций для вычисления коэффициента детерминации, а делать это на основании исходных формул достаточно затруднительно. Однако можно использовать то свойство, что коэффициент детерминации равен квадрату коэффициента корреляции.

Предположим, что исходные данные также располагаются в таблице 1, тогда в документ Excel параметры регрессии можно вычислить на основании следующих формул:

Таблица 1

b=	=КОВАР(C2:C16;B2:B16)/ДИСПР(B2:B16)
b=	=НАКЛОН(C2:C16;B2:B16)
a=	=СРЗНАЧ(C2:C16)- НАКЛОН(C2:C16;B2:B16)* СРЗНАЧ(B2:B16)
a=	=ОТРЕЗОК(C2:C16;B2:B16)
R ² =	=КОРРЕЛ(C2:C16;B2:B16)* КОРРЕЛ(C2:C16;B2:B16)
Прогноз при x=17	=ПРЕДСКАЗ(17;C2:C16;B2:B16)

В данном случае предлагаются два способа вычисления параметров: на основании формул НАКЛОН и ОТРЕЗОК и через исходные формулы для параметров регрессии.

Вычисленные на основании этих формул значения будут равны:

$$b = -7,703$$

$$a = 239,96$$

$$R^2 = 0,7868.$$

При цене, равной 17, прогнозируемый спрос будет равен 109,014.

Анализируя полученные данные, можно прийти к следующим выводам:

6. Поскольку $b = -7,703$, то можно предполагать, что увеличение цены на единицу в среднем уменьшает спрос на $-7,703$ тысячи штук, аналогично уменьшение цены на единицу увеличит спрос на $-7,703$ тысячи штук.

7. Значение константы в регрессионной модели равно 239,96, следовательно, именно такой должен быть спрос при цене равной нулю. Однако данное значение является во многом теоретическим и показывает только точку пересечения линии регрессии с осью oy .

8. Регрессионная модель имеет вид: $y = 239,96 - 7,703x$.

9. Прогнозируемый спрос при цене равной 17 будет составлять 109,014 тысячи единиц.

10. Коэффициент детерминации равен 0,7868. Данное значение может быть интерпретировано следующим образом: изменение зависимой переменной, в данном случае y на 78 %, описывается изменением независимой переменной (регрессора) x , что говорит о достаточной обоснованности использования данной модели.

Замечание. Описанные выше функции возвращают один параметр линейной регрессии. Однако имеется функция, которая одновременно возвращает оба параметра. Это функция ЛИНЕЙН(). Более подробно с данной функцией можно ознакомиться по справочной системе.

Кроме указанных функций в Excel имеется возможность построить на диаграмме линию регрессии, которая называется линией линейного тренда. Для этого необходимо задать *точечную диаграмму* (диаграмма обязательно должна быть точечной), и выбрав произвольную точку в контекстном меню, можно выбрать пункт **Добавить линию тренда**. Хотя термин «тренд» имеет несколько другой смысл, применительно к временным рядам, в данном случае термины «тренд» и «линия регрессии» будем отождествлять друг с другом. Выбор пункта **Добавить линию тренда** приведет к появлению диалогового окна, у которого имеются две закладки — **Тип** и **Параметры** (рис. 1).

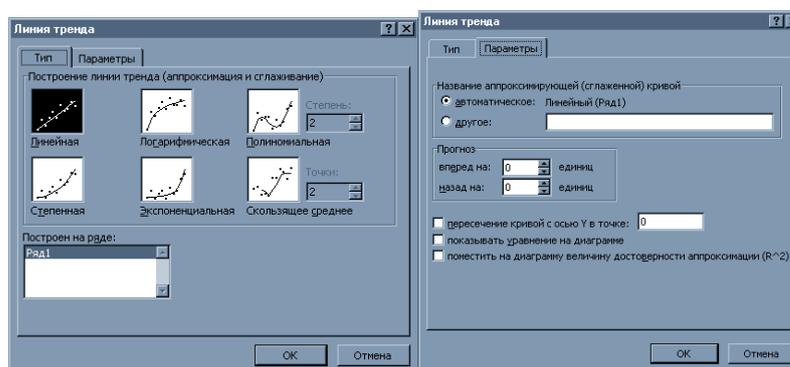


Рисунок 1

На закладке **Тип** необходимо выбрать один из возможных видов уравнения регрессии. Если на диаграмме имеется несколько рядов точек, то линию регрессии можно построить для любой, задав значение соответствующего параметра — *Построить на ряде*.

На закладке **Параметры** можно задать дополнительную информацию, которая будет присутствовать на диаграмме. Во-первых, это возможность прогнозирования, что позволит построить линии тренда вперед или назад на соответствующее число единиц. Опция *Показывать уравнение на диаграмме* позволяет выдавать вид уравнения, а опция *Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R²)* выводит значение коэффициента детерминации. Построив точечную диаграмму для данных, заданных в таблице 1, и линию тренда, можно получить диаграмму, которая изображена на рисунке 2.

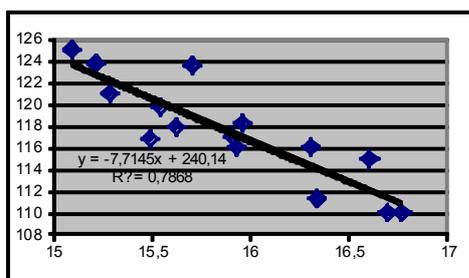


Рисунок 2

В данном случае результаты полностью совпадают с полученными ранее посредством статистических функций.

Использование встроенных функций, да и точечных диаграмм, имеет определенные ограничения, поскольку нет функций, вычисляющих стандартные отклонения коэффициентов регрессии и значение детерминации. Поэтому рассмотрим дополнительные возможности, которые доступны с помощью надстройки **Анализ данных**. Данная надстройка подключается с помощью пункта меню **Сервис, Надстройки** и запускается на выполнение с помощью пункта меню **Сервис, Анализ данных**. После выбора надстройки **Регрессия** появится диалоговое окно (рис. 3).

Данное диалоговое окно имеет множество дополнительных переключателей, которые приводят к выводу большого количества дополнительной информации. Основные параметры, которые необходимо задать — это *Входной интервал Y* и *Входной интервал X*, а также *Параметры вывода*. Если количество данных *Y* и *X* совпадает, то выдаются итоги построения модели парной регрессии (именно этот случай будем сейчас рассматривать), а если число переменных *X* в несколько раз больше числа *Y*, то — модель множественной регрессии. В противном случае будет выдано сообщение об ошибке. Если активизировать переключатель *Метки*, то во входные интервалы для *X* и *Y* можно добавить ячейки с названиями, и соответствующие метки появятся в итоговой таблице, что значительно облегчит её понимание.

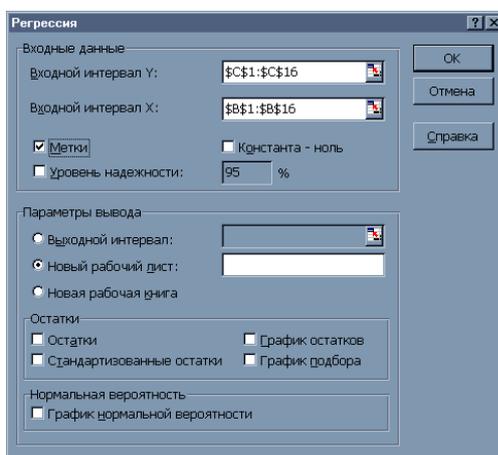


Рисунок 3

Если *Входной интервал Y* определить как **C1:C16**, а *Входной интервал X* — **B1:B16**, задать некоторым образом параметры вывода, а также установить опцию *Метки*, то автоматически на новом листе будет сгенерированна таблица 2.

Таблица 2

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,887036
R-квадрат	0,786833
Нормированный R-квадрат	0,770435
Стандартная ошибка	2,264609
Наблюдения	15

Продолжение таблицы 2

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	246,0889	246,0889	47,985	1,04E-05
Остаток	13	66,66991	5,128455		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	240,142	17,70861	13,56075	4,76E-09	201,8849	278,3991
Цена <i>x</i> (<i>p.</i>)	-7,71453	1,113671	-6,92712	1,04E-05	-10,1205	-5,30859

Данная таблица содержит большое количество информации, поэтому будем изучать её содержимое постепенно, в нескольких последующих работах. Представленные в этой таблице данные можно условно разделить на три раздела: *регрессионная статистика*, *дисперсионный анализ* и *коэффициенты*.

Весь раздел *регрессионная статистика* посвящен описанию коэффициента детерминации и его различным характеристикам. В пунктах *множественный R* и *R-квадрат* выводится значение коэффициента детерминации и его квадрата. Пункты меню *нормированный R-квадрат* и *стандартная ошибка* будут нами рассмотрены позднее, при изучении множественной регрессии. Кроме этого выдается общее количество наблюдений.

Рассмотрим раздел *дисперсионный анализ*. В столбце *SS* выдаются все виды сумм квадратов отклонений. В данном случае в первой строке, которая соответствует надписи *Регрессия*, выдается объясненная сумма квадратов отклонений *RSS*, во второй строке — *Остаток* — выдается необъясненная (остаточная) сумма квадратов отклонений *ESS*, в третьей строке — *Итого* — выдается общая сумма квадратов отклонений *TSS*.

В последнем разделе, который не имеет названия, будет интерпретироваться как раздел — *коэффициенты*, содержится полная информация по коэффициентам. Рассмотрим значения, полученные в столбце *Коэффициенты*. Пункт *Y-пересечение* выдает значение коэффициента *a*. Пункт *Цена x (p.)* выдает значение коэффициента *b*.

Представленные в таблице значения полностью совпадают с данными, полученными посредством статистических функций и линий тренда на точечной диаграмме.

В диалоговом окне **Регрессия** имеется целый раздел переключателей для получения дополнительной информации по остаткам. Например, указав опцию *Остатки*, наряду со стандартной таблицей регрессии будет выдана дополнительная таблица (табл. 3) следующего вида:

Таблица 3

ВЫВОД ОСТАТКА

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное</i>	
	<i>ит.</i>	<i>Остатки</i>
1	123,7511	1,426776
2	122,7896	1,019821
3	122,2914	-1,11646
4	120,6462	-3,7319
5	120,2544	-0,39014
6	119,6494	-1,5813
7	119,0288	4,559903

8	117,4316	-0,34387
9	117,2931	-1,12322
10	117,0864	1,257187
11	114,353	1,847847
12	114,1298	-2,67328
13	112,0989	3,003645
14	111,4176	-1,31194
15	110,8662	-0,84306

В данной таблице получены результаты предсказанных значений и значения остатков отдельно для каждого наблюдения. Указав опции *График подбора*, *График остатков* и *График нормального распределения* можно получить множество дополнительной информации и некоторые диаграммы.

Использование трех описанных нами инструментов исследования можно рассматривать как последовательные шаги в изучении парной регрессионной модели. При использовании статистических функций можно получить только уравнение регрессии и некоторый прогноз. Использование точечной диаграммы позволяет сразу увидеть уравнение регрессии, а также получить значение коэффициента детерминации. Точечная диаграмма может позволить и визуально оценить точность построенной модели. И, наконец, надстройка — **Регрессия**. Используя данный инструмент можно получить полную информацию относительно регрессионной модели. Данная таблица достаточно громоздкая, могут появиться затруднения с интерпретацией полученных результатов. Поэтому рекомендуется начинать исследование модели с использования статистических функций и линии тренда на точечной диаграмме.

Задания для самостоятельной работы

1. Для начальных данных, представленных в таблице 1, найти значение параметров регрессии между y и x_1 , используя функции дисперсии, ковариации и среднего.
2. Найдите коэффициент корреляции, а также полную информацию по регрессионной модели между значениями y и x_1 , y и x_2 , y и x_3 (данные взять из таблицы для лабораторной работы № 1—8);
3. На основании полученной информации найти лучшую регрессионную модель, то есть ту переменную, которая в большей степени влияет на y (эта модель, в которой значение коэффициента детерминации максимально).

Лабораторная работа № 2 (1 час.)

Тема: Множественная регрессия

Цель: научиться обрабатывать множественную регрессионную модель и обосновывать её значимость и значимость каждого регрессора.

Основные формулы и понятия:

Регрессионная модель в случае двух регрессоров.

$y = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + u$ — модель, с двумя регрессорами;

$y = b_0 + b_1 x^1 + b_2 x^2$ — уравнение регрессии (плоскость регрессии);

Исходными данными для построения модели является выборка вида $\{(x_i^1, x_i^2, y_i)\}; i = \overline{1, n}$.

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}^1 - b_2 \bar{x}^2$$

$$b_1 = \frac{\text{Cov}(x^1, y)\text{Var}(x^2) - \text{Cov}(x^2, y)\text{Cov}(x^1, x^2)}{\text{Var}(x^1)\text{Var}(x^2) - \{\text{Cov}(x^1, x^2)\}^2}$$

$$b_2 = \frac{\text{Cov}(x^2, y)\text{Var}(x^1) - \text{Cov}(x^1, y)\text{Cov}(x^1, x^2)}{\text{Var}(x^1)\text{Var}(x^2) - \{\text{Cov}(x^1, x^2)\}^2} \text{ — уравнение для параметров регрессии.}$$

Регрессионная модель с произвольным числом регрессоров.

$y = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_k x^k + u$ — модель множественной регрессии;

$y = b_0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k$ — уравнение множественной регрессии.

Исходные данные значений регрессоров имеют вид

$$X = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_1^2 & x_1^k \\ x_2^1 & x_2^2 & x_2^k \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n^1 & x_n^2 & x_n^k \end{pmatrix},$$

где x_i^j , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, k}$ — значение j -го регрессора в i -м испытании.

Исходные данные значений зависимой переменной

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$b = (X^T \cdot X)^{-1} X^T \cdot y$ — уравнение для параметров регрессии;

$\sigma_b^2 = \sigma_u^2 (X^T \cdot X)^{-1}$ — стандартное отклонение коэффициентов;

$s_{b_i}^2 = \text{Var}(b_i) = \frac{\text{Var}_n(e)}{n(n-k-1)} Z_{ii}$ — стандартных ошибок коэффициентов, где Z_{ii} —

диагональный элемент матрицы $(X^T X)^{-1}$;

$R^2 = \frac{\text{Var}(\hat{y})}{\text{Var}(y)} = 1 - \frac{\text{Var}(e)}{\text{Var}(y)} = \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}} = 1 - \frac{\text{ESS}}{\text{TSS}}$ — коэффициент детерминации;

$$R^2 = 1 - \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_{01} & r_{02} & \dots & r_{0k} \\ r_{10} & 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{20} & r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k0} & r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix}},$$

где r_{ij} — парные коэффициенты корреляции между регрессорами x^i и x^j , а r_{i0} — парные коэффициенты корреляции между регрессором x^i и y ;

$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k-1} = 1 - \frac{\text{ESS}}{\text{TSS}} \cdot \frac{(n-1)}{(n-k-1)}$ — скорректированный (нормированный)

коэффициент детерминации.

Нулевая гипотеза $H_0: \beta_1 = 0$.

Альтернативная гипотеза $H_1: \beta_1 \neq 0$.

t -статистика имеет вид:

$$t_i = \frac{b_i}{s_{b_i}},$$

$|t| < t_{n-k-1, \gamma}$ — область принятия нулевой гипотезы.

Если выполняется данное условие, то принимается нулевая гипотеза, и регрессор x^i признается незначимым. В противном случае принимается альтернативная гипотеза, и регрессор признаётся значимым.

F-тест (тест Фишера) на значимость всей регрессии.

Нулевая гипотеза $H_0: R^2 = 0$.

Альтернативная гипотеза $H_1: R^2 \neq 0$.

$$F = \frac{RSS \cdot (n-k-1)}{ESS \cdot k} = \frac{R^2 \cdot (n-k-1)}{(1-R^2) \cdot k},$$

$F < F_{\gamma}(k, n-k-1)$ — область принятия нулевой гипотезы.

Если выполняется данное условие, то принимается нулевая гипотеза, и вся регрессионная модель признается незначимой. В противном случае принимается альтернативная гипотеза, и модель признаётся значимой.

Математический пакет MathCad

Рассмотрение случая двух регрессоров можно опустить, поскольку в этом случае необходимо уметь вычислять средние значения, коэффициент ковариации и дисперсию. Способы получения данных параметров были изучены нами ранее (лабораторная работа № 1). Поэтому рассмотрим случай множественной регрессии.

Математический пакет MathCad содержит большое количество встроенных функций для обработки матриц, которые позволяют получить обратную и транспонированную матрицы, вычислить определителя, собственные значения и собственный вектор матрицы и т. д. Данные функции позволяют вычислить коэффициенты модели множественной регрессии и их стандартные отклонения, используя исходные формулы.

Для получения доступа к матричным функциям необходимо либо используя пункт меню **Вид, Панель инструментов** активизировать панель **Матрицы**, либо используя математическую панель инструментов, нажать на кнопку *Векторные и матричные операции*. В любом случае появится дополнительная панель инструментов (рис. 1).

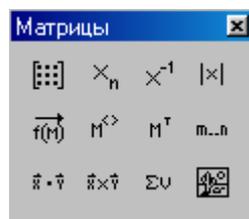


Рисунок 1

Нет необходимости описывать каждую из этих кнопок, поэтому рассмотрим только необходимые в нашем случае. Первая кнопка в верхнем ряду позволяет вставить матрицу произвольной размерности, а третья позволяет получить обратную матрицу. Необходимо отметить, что все доступные функции обработки матриц можно получить, используя пункт меню **Вставка, Функции** и в диалоговом окне выбрать категорию *Вектора и Матрицы*.

Продemonстрируем возможности пакета по обработки матриц на примере таблицы 1, в которой наряду с данными о спросе (y) и цене (x^1), включены данные о ценах на некоторый подобный товар (x^2, x^3) и средний доход населения (x^4). Обобщённые данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Номер наблюдения	Цена x^1 (р.)	Цена на первый подобный товар x^2 (р.)	Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	Средний доход населения x^4 (т. р.)	Спрос y (тыс. шт.)
1	15,09р.	24,30р.	12,85р.	5,09	125,1779
2	15,21р.	26,65р.	12,26р.	5,03	123,8094
3	15,28р.	25,22р.	13,42р.	4,80	121,175
4	15,49р.	26,59р.	12,05р.	4,95	116,9143
5	15,54р.	26,88р.	12,70р.	4,88	119,8643
6	15,62р.	24,74р.	12,41р.	4,96	118,0681
7	15,70р.	24,42р.	13,83р.	5,10	123,5887
8	15,91р.	25,79р.	13,10р.	4,90	117,0877
9	15,92р.	24,14р.	13,07р.	4,72	116,1699
10	15,95р.	26,70р.	12,40р.	4,81	118,3436
11	16,31р.	24,66р.	12,82р.	4,95	116,2008
12	16,33р.	24,04р.	12,48р.	4,88	111,4565
13	16,60р.	25,15р.	13,20р.	5,02	115,1026
14	16,69р.	24,10р.	12,40р.	4,80	110,1056
15	16,76р.	24,49р.	12,01р.	4,85	110,0231

Учитывая, что матрица X должна иметь на один столбец больше, чем число регрессоров, в котором находятся единицы, и вектор-столбец Y содержит значение спроса, документ MathCad может иметь следующий вид:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 15.09 & 24.3 & 12.85 & 5.09 \\ 1 & 15.21 & 26.65 & 12.26 & 5.03 \\ 1 & 15.28 & 25.22 & 13.42 & 4.8 \\ 1 & 15.49 & 26.59 & 12.056 & 4.95 \\ 1 & 15.54 & 26.88 & 12.7 & 4.88 \\ 1 & 15.62 & 24.74 & 12.41 & 4.96 \\ 1 & 15.7 & 24.42 & 13.83 & 5.1 \\ 1 & 15.91 & 25.79 & 13.1 & 4.9 \\ 1 & 15.92 & 24.14 & 13.07 & 4.72 \\ 1 & 15.95 & 26.7 & 12.4 & 4.81 \\ 1 & 16.31 & 24.66 & 12.82 & 4.95 \\ 1 & 16.33 & 24.04 & 12.48 & 4.88 \\ 1 & 16.6 & 25.15 & 13.2 & 5.02 \\ 1 & 16.69 & 24.1 & 12.4 & 4.8 \\ 1 & 16.76 & 24.49 & 12.01 & 4.85 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 125.17 \\ 123.8 \\ 121.17 \\ 116.91 \\ 119.86 \\ 118.06 \\ 123.58 \\ 117.08 \\ 116.16 \\ 118.34 \\ 116.2 \\ 111.45 \\ 115.1 \\ 110.1 \\ 110.02 \end{pmatrix} \quad b := (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$$

$$b = \begin{pmatrix} 113.938 \\ -6.095 \\ 0.534 \\ 2.588 \\ 10.995 \end{pmatrix}$$

На основании полученных данных можно записать множественную модель в виде:
 $y = 113,938 - 6,095 x^1 + 0,534 x^2 + 2,588 x^3 + 10,995 x^4$.

Сравнивая полученные данные с результатами парного регрессионного анализа ($y = 240,14 - 7,7145x$), можно сделать следующие выводы:

5. Изменилось влияние цены на спрос. Если в модели парной регрессии увеличение цены на единицу приводило к уменьшению спроса на 7,714 тыс. шт., то при рассмотрении множественной модели увеличение цены на единицу приводит к уменьшению спроса на 6,095 тыс. шт.

6. Изменилось значение константы. В парной модели это значение было равно 239,96, во множественной — 113,93. Именно таким должен быть спрос, при условии, что значение всех регрессоров равно нулю. Как и для случая парной регрессии, это значение является во многом теоретическим.

7. На конечный спрос влияет цена на подобные товары. Например, при увеличении на единицу цены на первый подобный товар, спрос увеличивается на 0,534, а для второго подобного товара это значение равно 2,588. То есть можно говорить о том, что второй подобный товар в большей степени влияет на спрос.

8. Кроме цен на спрос также влияет и средний доход населения. При увеличении дохода на единицу спрос увеличивается на 10,995 тыс. шт.

Полученная модель является во многом формальной, поскольку она хоть и получена на основании статистических данных, не были проверены гипотезы о значимости каждого регрессора, да и всей регрессии в целом. Трудность при работе в пакете MathCad заключается в том, что нет дополнительных встроенных возможностей для проверки гипотез, поэтому все вычисления необходимо производить вручную, создавая необходимый документ. Данная работа часто бывает затруднительна для конечного пользователя. К тому же имеется достаточно сложный механизм передачи данных между MathCad и Excel. Поэтому рассмотрим программные продукты, которые имеют необходимый для анализа множественной регрессии инструментарий.

Электронная таблица Excel

В электронной таблице Excel имеется необходимый набор матричных функций, среди них можно отметить функции: МОБР(), которая выводит обратную матрицу, МУМНОЖ(), вычисляющая произведение двух матриц, ТРАНСП(), выполняющая операцию транспонирования матрицы. Этим функций достаточно для вычисления

параметров множественной регрессии, однако они являются матричными, что имеет некоторую специфику при работе с ними. Документ, в котором будут использоваться данные функции, будет выглядеть громоздким, поскольку необходимо отдельно хранить элементы выполнения каждой матричной операции. Поэтому рассмотрим другие возможности Excel.

Как и для случая парной регрессии, для множественной регрессии имеется возможность использовать ту же самую надстройку **Регрессия**, однако в этом случае количество значений X должно в несколько раз превышать количество Y .

Перенеся таблицу 10 в Excel, в диалоговом окне надстройки **Регрессия** задав *Входной интервал Y* в виде **G1:G16**, а *Входной интервал X* в виде **B1:F16** и установив опцию *Метки*, будет автоматически сгенерирована таблица 2.

Таблица 2

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,963541879
R-квадрат	0,928412953
Нормированный R-квадрат	0,899778134
Стандартная ошибка	1,496311516
Наблюдения	15

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	4	290,3694	72,59234	32,42252	1,06E-05
Остаток	10	22,38948	2,238948		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	113,1921888	36,06499	3,138562	0,010536	32,83438	193,55
Цена x^1 (р.)	-6,080773549	0,900492	-6,75273	5,03E-05	-8,08719	-4,07435
Цена на первый подобный товар x^2 (р.)	0,55174938	0,452263	1,219975	0,250464	-0,45596	1,559454
Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	2,620192945	0,85151	3,077112	0,011698	0,722909	4,517476
Средний доход населения x^4 (т. р.)	10,92686031	3,846179	2,840965	0,017519	2,357038	19,49668

Остановимся только на том, что относится к случаю множественной регрессии. Например, в разделе Регрессионная статистика имеется пункт Нормированный R-квадрат, который содержит значение скорректированного коэффициента детерминации. При включении в модель незначимого регрессора данное значение будет уменьшаться.

В разделе Коэффициенты содержатся значения всех коэффициентов, которые совпадают со значениями, полученными посредством MathCad, а кроме этого,

стандартные ошибки статистики, значимости и доверительные интервалы для коэффициентов.

На основании данной таблицы можно сделать выводы о значимости каждого регрессора и всей регрессии в целом:

5. Само уравнение регрессии является значимым, поскольку Значимость F равна 1,06 E-05, что меньше, чем 0,01. Проверить значимость всей регрессии можно и самостоятельно, поскольку в таблице выдается значение F-статистики, а критический уровень можно, как и в парном случае, найти с помощью функции FРАСПОБР. Верхнее число степеней свободы в данном случае равно 4, а нижнее 10.

6. Коэффициент β_1 является значимым при любом уровне значимости, поскольку его значимость равна 5,03E-05. Следовательно, цена на товар, а в наших обозначениях регрессор x_1 , влияет на спрос.

7. Коэффициенты β_3 , β_4 , можно признать значимыми, поскольку соответствующие значения равны 0,01169 и 0,01752, что несколько превосходит значение 0,01, но все же меньше, чем значение 0,05. Следовательно, на формирование значения спроса также влияет цена на второй подобный товар и средний доход населения.

8. Коэффициент β_2 является незначимым, поскольку соответствующее значение равно 0,25, следовательно, цена на первый подобный товар x^2 не влияет на значение спроса.

Исходя из всего вышесказанного, разумно построить регрессионную модель, в которой отсутствуют незначимые регрессоры. Для этого в электронной таблице Excel необходимо удалить тот столбец, в котором находятся значения переменной x_3 , и вызвать надстройку **Регрессия**.

Таблица 3

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,9579
R-квадрат	0,9177
Нормированный R-квадрат	0,8953
Стандартная ошибка	1,5291
Наблюдения	15

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	3	287,037	95,67901	40,91741	2,94E-06
Остаток	11	25,72179	2,338345		
Итого	14	312,7588			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95 %</i>	<i>Верхние 95 %</i>
Y-пересечение	142,2167	27,6999	5,134194	0,000326	81,24956	203,1838
Цена x^1 (р.)	-6,61474	0,804244	-8,2248	5,01E-06	-8,38487	-4,84461
Цена на второй подобный товар x^3 (р.)	2,240018	0,809838	2,766008	0,018358	0,457576	4,02246
Средний доход	10,56105	3,918663	2,695063	0,02084	1,936122	19,18597

населения x^4 (т. р.)						
-------------------------	--	--	--	--	--	--

В данном случае, хотя значения и обычного и скорректированного (нормированного) коэффициента детерминации несколько уменьшилось по сравнению с общим случаем, все равно, модель, в которой не учитываются значения x^2 , является лучшей, поскольку в данном случае присутствуют только значимые регрессоры. Итак, наилучшая линейная множественная модель регрессии имеет вид:

$$y = 142,21 - 6,61 x^1 + 2,24 x^3 + 10,56 x^4.$$

Проанализировав данную модель, можно сделать выводы о влиянии каждого из регрессоров на значение спроса.

После нахождения значимых регрессоров и определения лучшей линейной модели, разумной является задача поиска лучшей нелинейной модели (логарифмической, степенной, показательной и т. д.). Построение подобных моделей осуществляется аналогично парному случаю (лабораторная работа № 6).

Задания для самостоятельной работы

1. Найти параметры регрессионной модели для заданий своего варианта, используя математический пакет MathCad и электронную таблицу Excel.

3. Подберите наиболее подходящую линейную модель (только значимые регрессоры).

3. Подобрать лучшую нелинейную множественную модель.

12.3.3 Примеры тестовых заданий

Задание 1. Наука, изучающая количественные закономерности и взаимозависимости в экономике методами математической статистики, называют:

эконометрикой;

теорией статистики;

экономической теорией;

корреляционно-регрессионным анализом.

Задание 2. Преобразование, при котором сохраняются неизменными отношения между элементами системы (истинные утверждения не становятся ложными и наоборот) называют преобразованием:

допустимым;

номинальным;

ранговым;

отношения.

Задание 3. Выбор вида математической модели (формулы) и набора, учитываемого набора факторов, учитываемых в этой модели, называют:

спецификацией модели;

структурой модели;

рекурсивной моделью;

аналитической группировкой.

Задание 4. Линейное уравнение парной регрессии определяют обычно с использованием:

метода наименьших квадратов;

сравнения рядов;

скользящей средней;

укрупнения интервалов.

Задание 5. Линейный коэффициент корреляции определяют по формуле:

Задание 6. Интервал прогноза по линейному уравнению регрессии вычисляют по формуле:

Задание 7. Нелинейная регрессия, нелинейная относительно включенных в уравнение объясняющих факторов, но линейная по оцениваемым параметрам определяется с использованием метода:

МНК;

обобщенным МНК;

скользящей средней;

двухшаговым МНК.

Задание 8. Тесноту связи при нелинейной корреляции определяют в общем случае с использованием зависимости:

Задание 9. Среднюю ошибку аппроксимации вычисляют по формуле:

Задание 10. Две переменные в множественном уравнении регрессии считаются коллинеарными, то есть они находятся между собой в линейной зависимости, если коэффициент линейной корреляции между ними:

Задание 11. Уравнение множественной регрессии, построенное на основании матрицы парных коэффициентов и имеющее вид , называют:

стандартизированным уравнением;

натуральным уравнением;

уравнением идентифицируемым;

уравнением в отклонениях.

Задание 12. Множественное уравнение регрессии, записанное для фактора при закреплении всех остальных факторов регрессии на среднем уровне, то есть в виде , называют:

частным уравнением регрессии;

структурным уравнением регрессии;

приведенной формой регрессии;

косвенным уравнением регрессии.

Задание 13. Множественный коэффициент корреляции для двухфакторной модели определяют по формуле:

Задание 14. Множественная модель регрессии может учитывать и атрибутивные переменные, которые обычно нельзя выразить количественно, но которые вводятся в множественное уравнение регрессии с помощью так называемых переменных:

фиктивных;

детерминированных;

преобразованных;

эндогенных

Задание 15. Множественную регрессионную модель называют классической нормальной линейной регрессионной моделью, если исходные статистические данные удовлетворяют требованиям теоремы:

Гаусса-Маркова;
Дарбина-Уотсона;
Фишера-Снедекора;
Лапласа

Задание 16. При нарушении гомоскедастичности и и наличии автокорреляции при разработке модели линейной корреляции применяют:

обобщенный МНК;
двухшаговый МНК;
трехшаговый МНК;
экспериментальный МНК

Задание 17. Систему зависимых уравнений, в которых одна и та же переменная одного уравнения выступает в качестве результативной переменной, а в других в качестве независимой переменной, называют системой:

рекурсивных уравнений;
взаимозависимых уравнений;
одновременных уравнений;
структурной формой модели

Задание 18. Установление единственного соответствия между приведенной и структурной формами модели одновременных уравнений, называется:

идентификацией;
стратификацией;
нормализацией;
адаптацией

Задание 19. Для оценки параметров идентифицированной системы одновременных уравнений применяют:

косвенный метод МНК;
двухшаговый МНК;
метод скользящих средних;
обобщенный метод МНК

Задание 20. Модель, в которой трендовые, циклические и случайные компоненты временного ряда складывают, называют:

аддитивной;
линейной;
мультипликативной;
дискретной

Задание 21. Тренд в виде квадратной параболы достигает экстремума в точке:

Задание 22. Общий вид мультипликативной модели временного ряда, состоящего из тренда (Т), сезонной (S) и случайной (Е) составляющих имеет вид:

Задание 23. Яркую выраженную в вариационном ряду линейную тенденцию легко устранить путем замены исходных уровней ряда с использованием метода:

первых разностей;
вторых разностей;
скользящей средней;
нормального метода

Задание 24. Определение автокорреляции остатков аналитически производят по формуле Дарбина-Уотсона, которая имеет вид:

Задание 25. Величину, характеризующую запаздывание в воздействии фактора на результат в эконометрике называют:

лагом;

коэффициентом эластичности;

мультипликатором;

регрессором

Задание 26. Средний лаг в модели с распределенным лагом определяют по формуле:

Задание 27. Краткосрочный мультипликатор в уравнении с распределенным лагом равен:

4,5;

9,0;

7,5

9,5

Задание 28. Эконометрическую модель вида называют моделью:

авторегрессии;

с распределенным лагом;

комбинированной;

сглаживания.

12.3.4 Перечень рекомендуемых практических занятий:

1. Линейное уравнение парной регрессии
2. Оценка параметров линейных уравнений регрессии. Метод наименьших квадратов
4. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
5. Спецификация множественной модели, отбор факторов и формы уравнения регрессии
6. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции. Модель Кобба-Дугласа
7. Предпосылки метода наименьших квадратов
8. Общие понятия о системах уравнений. Структурная и приведенная форма модели
9. Проблема идентификации структурной модели
10. Оценивание параметров систем эконометрических уравнений
11. Моделирование сезонных и циклических колебаний
12. Спецификация статистической оценки взаимосвязи двух временных рядов и методы исключения тенденции
13. Изучение структуры лага и выбор вида его

12.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Качество знаний характеризуется способностью обучающегося точно, структурированно и уместно воспроизводить информацию, полученную в процессе освоения дисциплины, в том виде, в котором она была изложена в учебном издании или преподавателем.

Умения, как правило, формируются на практических (семинарских) занятиях, а также при выполнении лабораторных работ. Задания, направленные на оценку умений, в

значительной степени требуют от студента проявления стереотипности мышления, т.е. способности выполнить работу по образцам, с которыми он работал в процессе обучения. Преподаватель же оценивает своевременность и правильность выполнения задания.

Навыки - это умения, развитые и закреплённые осознанным самостоятельным трудом. Навыки формируются при самостоятельном выполнении студентом практико-ориентированных заданий, моделирующих решение им производственных и социокультурных задач в соответствующей области профессиональной деятельности, как правило, при выполнении домашних заданий, курсовых проектов (работ), научно-исследовательских работ, прохождении практик, при работе индивидуально или в составе группы на тренажерах, симуляторах, лабораторном оборудовании и т.д. При этом студент поставлен в условия, когда он вынужден самостоятельно (творчески) искать пути и средства для разрешения поставленных задач, самостоятельно планировать свою работу и анализировать ее результаты, принимать определенные решения в рамках своих полномочий, самостоятельно выбирать аргументацию и нести ответственность за проделанную работу, т.е. проявить владение навыками. Взаимодействие с преподавателем осуществляется периодически по завершению определенных этапов работы и проходит в виде консультаций. При оценке владения навыками преподавателем оценивается не только правильность решения выполненного задания, но и способность (готовность) студента решать подобные практико-ориентированные задания самостоятельно (в перспективе за стенами вуза) и, главным образом, способность студента обосновывать и аргументировать свои решения и предложения.

В таблице приведены процедуры оценивания знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций.

Виды учебных занятий и контрольных мероприятий	Оцениваемые результаты обучения	Процедуры оценивания
Посещение студентом аудиторных занятий	ЗНАНИЕ теоретического материала по пройденным темам (модулям)	Проверка конспектов лекций, устный опрос на занятиях
Выполнение практических заданий	УМЕНИЯ и НАВЫКИ, соответствующие теме работы	Защита выполненной работы
Выполнение домашних работ	УМЕНИЯ и НАВЫКИ, соответствующие теме задания, сформированные во время самостоятельной работы	Проверка отчёта, защита выполненной работы
Промежуточная аттестация	ЗНАНИЯ, УМЕНИЯ и НАВЫКИ, соответствующие изученной дисциплине	Зачет с оценкой

Устный опрос - это процедура, организованная как специальная беседа преподавателя с группой студентов (фронтальный опрос) или с отдельными студентами (индивидуальный опрос) с целью оценки результативности посещения студентами аудиторных занятий путем выяснения сформированности у них основных понятий и усвоения нового учебного материала, который был только что разобран на занятии.

Тесты являются простейшей формой контроля, направленная на проверку владения терминологическим аппаратом, современными информационными технологиями и конкретными знаниями в области фундаментальных и прикладных дисциплин. Тест состоит из небольшого количества элементарных задач; может предоставлять возможность выбора из перечня ответов; занимает часть учебного занятия (10–30 минут); правильные решения

разбираются на том же или следующем занятии; частота тестирования определяется преподавателем.

Зачет (с оценкой) - процедура оценивания результатов обучения по учебным дисциплинам по окончании семестра, основанная на суммировании баллов, полученных студентом при текущем контроле освоения модулей (семестровая составляющая), а также баллов за качество выполнения экзаменационных заданий (экзаменационная составляющая, - характеризующая способность студента обобщать и систематизировать теоретические и практические знания по дисциплине и решать практико-ориентированные задачи). Полученная балльная оценка по дисциплине переводится в дифференцированную оценку. Зачеты с оценкой проводятся в устной форме с письменной фиксацией ответов студентов.

Вид, место и количество реализуемых по дисциплине процедур оценивания определено в рабочей программе дисциплины и годовых рабочих учебных планах.

Описание показателей, критериев и шкал оценивания по всем видам учебных работ и контрольных мероприятий приведено в разделе 2 фонда оценочных средств по дисциплине.

Разработка оценочных средств и реализация процедур оценивания регламентируются локальными нормативными актами:

- Положение о формировании фонда оценочных средств (принято Ученым советом 28.08.2017 г., Протокол № 1, утверждено ректором Л.А. Косогоровой 28.08.2017 г.)

- Положение о рабочей программе дисциплины (РПД) (принято Ученым советом 28.08.2017 г., Протокол № 1, утверждено ректором Л.А. Косогоровой 28.08.2017 г.)

- Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов (принято Ученым советом 28.08.2017 г., Протокол № 1, утверждено ректором Л.А. Косогоровой 28.08.2017 г.)

- Положение о контактной работе преподавателя с обучающимися (принято Ученым советом 28.08.2017 г., Протокол № 1, утверждено ректором Л.А. Косогоровой 28.08.2017 г.)

- Положение о порядке проведения итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам магистратуры (принято Ученым советом 28.08.2017 г., Протокол № 1, утверждено ректором Л.А. Косогоровой 28.08.2017 г.)

- Инструкция по проведению тестирования (доступны в учебных кабинетах с компьютерной техникой и на сайте вуза).

13. РЕКОМЕНДУЕМОЕ ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

13.1. Нормативное сопровождение

Основой нормативного сопровождения дисциплины являются ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, учебный план, рабочая программы дисциплины, курс лекций, методические указания по освоению дисциплины, методические указания для аудиторных занятий.

13.2. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В состав учебно-методического комплекса дисциплины входят следующие материалы:

- аннотация дисциплины;
- рабочая программа дисциплины;
- методические указания по освоению дисциплины;
- методические указания для аудиторных занятий;
- курс лекций;
- глоссарий;
- банк тестовых заданий.

13.3. Основная литература

1. Шилова З.В. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Шилова З.В.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Ар Букс, 2015.— 148 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/33864>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168>.— ЭБС «IPRbooks»

13.4. Дополнительная учебная литература

1. Берндт, Э. Практика эконометрики: классика и современность: учебник. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 863 с.
2. Мардас А.Н. Эконометрика. СПб.: Питер, 2001. - 144с.
3. Магнус, Я.Р. Эконометрика. Начальный курс: учеб. – 4-е изд. / Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий. – М.: Дело, 2006.-500 с.
4. Бородич, С.А. Эконометрика: учебное пособие. – Мн.: Новое знание, 2006. – 408 с.
5. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование. Практическое пособие по решению задач / И. В. Орлова; ВЗФЭИ. - М.: Вузовский учебник, 2004. – 144 с.
6. Эконометрика. Методические указания по изучению дисциплины и выполнению контрольной работы и аудиторной работы на ПЭВМ М.: Вузовский учебник, 2005 -122 с.

13.5. РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

- Электронно-библиотечная система: [www. IPRbooks](http://www.IPRbooks)

Ресурсы открытого доступа:

1. Образовательный математический сайт Exponenta.ru
<http://www.exponenta.ru/>
2. Математическое образование: прошлое и настоящее (Интернет – библиотека)
<http://www.mathedu.ru>
3. Вся математика: высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика
<http://www.allmath.ru/>
4. Международный научно-образовательный сайт EqWorld. Мир математических уравнений:
<http://eqworld.ipmnet.ru>

14. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимы следующие программное обеспечение и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система Гарант <http://www.garant.ru/>
2. Справочная правовая система Консультант Плюс <http://www.consultant.ru/>

На рабочих местах используется операционная система Microsoft Windows, пакет

Microsoft Office, а также другое специализированное программное обеспечение. В вузе есть два современных конференц-зала, оборудованных системами Video Port, Skype для проведения видео-конференций, три компьютерных класса, оснащенных лицензионным программным обеспечением – MS office, MS Project, Консультант + агент, 1С 8.2, Visual Studio, Adobe Finereader, Project Expert. Большинство аудиторий оборудовано современной мультимедийной техникой.

15. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Реализация образовательного процесса по дисциплине осуществляется в лекционных аудиториях, аудиториях для семинарских и практических занятий, аудиториях для групповых и индивидуальных консультаций, аудиториях для текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

1. экран
2. мультимедиа-проектор
3. компьютер
4. телевизор.

Рабочую программу разработал: Джусов Ю.П., к.т.н.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры экономики и управления СГТИ

Протокол № 1 от «25» августа 2017 г.

Заведующий кафедрой экономики и управления  **Ланцова Н.М.**
(подпись)